

Combinatoire énumérative et algébrique des tableaux boisés

Sujet de thèse encadrée par Jean-Christophe Aval et Adrien Boussicault (La-BRI, Bordeaux).

Les tableaux boisés sont des objets combinatoires définis comme certains remplissages de diagrammes de Ferrers. Ils sont en bijection avec les tableaux de permutation et les tableaux alternatifs, respectivement introduits par Postnikov et Viennot.

Ces objets sont le sujet d'une intense activité de recherche depuis plusieurs années, tant d'un point de vue combinatoire (travaux de Williams, Steingrímsson, Nadeau, . . .), qu'en raison de leur utilisation, sous l'impulsion de Corteel et Williams dans l'étude du modèle de mécanique statistique nommé PASEP dont ils permettent de décrire combinatoirement l'état d'équilibre.

L'intérêt des tableaux boisés vient d'une structure arborescente sous-jacente naturelle, et d'un algorithme d'insertion qui permet une approche récursive. Ces outils ont déjà prouvé leur grande force en permettant de prouver de façon élégante de nombreux résultats énumératifs [3, 2, 1]. Ils sont aussi à l'origine de la définition de nouveaux objets, dont certains nommés arbres non ambigus commencent à éveiller l'intérêt de la communauté [4].

Ce sujet de thèse est centré sur l'étude combinatoire des tableaux boisés, tant d'un point de vue énumératif (il reste encore de nombreux résultats à prouver ou à découvrir) que d'un point de vue algébrique (peu de travaux ont été faits dans ce domaine, et il y a beaucoup à explorer).

Ce sujet est axé sur des questions ambitieuses, mais propose aussi de nombreuses questions abordables. Voici une liste (non exhaustive) de problèmes.

Question 1. Utiliser les tableaux boisés (escalier) pour décrire la distribution du modèle PASEP à 5 paramètres.

Question 2. Obtenir le nombre moyen de coins occupés dans les tableaux boisés.

Question 2'. Obtenir le nombre moyen de coins vides dans les tableaux boisés.

Question 3. Définir et étudier une structure d'algèbre de Hopf sur les arbres non ambigus.

Question 4. Explorer les analogues de ces objets en dimension supérieure.

Références

- [1] J.-C. AVAL, A. BOUSSICAULT, S. DASSE-HARTAUT, *Dyck tableaux*, Theor. Comp. Science, in press [arXiv :1109.0371].
- [2] J.-C. AVAL, A. BOUSSICAULT, S. DASSE-HARTAUT, *The tree structure in staircase tableaux*, GASCOM'2012 Proceedings, submitted to Semin. Lothar. Combin [arXiv :1109.4907].
- [3] J.-C. AVAL, A. BOUSSICAULT, P. NADEAU, *Tree-like tableaux*, FPSAC'2011 DMTCS Proceedings 63–74, submitted to Elec. J. Combin. [arXiv :1109.0370].
- [4] J.-C. AVAL, A. BOUSSICAULT, M. BOUVEL, M. SILIMBANI, *Combinatorics of non-ambiguous trees*, FPSAC'2013 DMTCS Proceedings 49–60, submitted to Adv. Appl. Math. [arXiv :1305.3716].